



Mathematik für Sek I und Sek II

Grundlagen der Mathematik

14. Die fünf regulären Polyeder

09:57 Minuten

00:24 Vom Morgen bis zum Abend treffen wir auf unzählige Gegenstände.

00:31 Wir sind von dreidimensionalen Figuren umgeben.

00:36 Und sie scheinen eine unendliche Vielfalt von Formen zu haben.

00:41 Darunter befinden sich auch fünf dreidimensionalen Figuren, die regulären Polyeder.

00:54 Ein Polygon ist eine ebene geometrische Figur, die von mindestens drei Seiten umschlossen wird.

01:02 Ein Polyeder ist eine dreidimensionale geometrische Figur, deren Seitenflächen alle Polygone sind.

01:12 Um uns herum gibt es unzählige Polyeder.

01:18 Zum Beispiel dieser Würfel. Grösse und Form jeder Seitenfläche eines Würfels sind identisch, was ihm erlaubt, das Gleichgewicht zu halten, egal auf welche Seite er fällt.

01:32 Dieser Würfel ist ein Beispiel für einen regulären Polyeder. Die Seitenflächen haben alle die gleiche Form. An jedem Scheitelpunkt kommt ausserdem die gleiche Anzahl von Seitenflächen zusammen.

01:56 Gibt es noch andere reguläre Polyeder in unserer Umgebung, die diese Anforderungen erfüllen?

02:06 Das hier ist ein reguläres Tetraeder. Es besteht aus vier gleichseitigen Dreiecken. In jedem Scheitelpunkt treffen sich drei gleichseitige Dreiecke.

02:20 Das ist ein Hexaeder, das aus sechs Quadraten besteht. In jedem Scheitelpunkt berühren sich drei Quadrate.

02:31 Das hier ist ein reguläres Oktaeder, bestehend aus acht gleichseitigen Dreiecken. Vier Dreiecke berühren sich in jedem der Scheitelpunkte.

02:49 Und das hier ist ein Dodekaeder. Es besteht aus zwölf gleichseitigen Fünfecken, von denen sich jeweils drei in jedem der Scheitelpunkte berühren.

03:02 Das Ikosaeder besteht aus zwanzig gleichseitigen Dreiecken, von denen sich jeweils fünf in jedem der Scheitelpunkte berühren.

03:16 Gibt es noch weitere Beispiele für reguläre Polyeder? Die Antwort lautet nein.

Grundlagen der Mathematik: 14. Die fünf regulären Polyeder

03:22 Es gibt nur fünf reguläre Polyeder: Das reguläre Tetraeder, der Kubus, das reguläre Oktaeder, das Dodekaeder und das Ikosaeder.

03:38 Die Seitenanzahl eines regulären Vielecks kann verändert werden...

03:44 ...warum gibt es also nur fünf reguläre Polyeder?

03:55 Um eine dreidimensionale geometrische Figur zu erstellen, braucht man mindestens drei Vielecke.

04:03 Wenn es aber zu viele Vielecke sind und die Summe der Innenwinkel in einem der Scheitelpunkte grösser als 360 Grad ist, dann wird daraus eine ebene Figur.

04:14 Für ein reguläres Polyeder braucht es also mindestens drei Vielecke. Ausserdem muss die Summe der Innenwinkel bei jedem der Scheitelpunkte kleiner als 360 Grad sein.

04:29 Füge nun ein paar reguläre Vielecke in der Mitte eines Scheitelpunktes zusammen. Das erste ist ein reguläres Sechseck. Drei reguläre Sechsecke übersteigen bereits 360 Grad. Das bedeutet, dass kein regulärer Polyeder aus einem regulären Sechseck gemacht werden kann.

04:52 Weiter geht es mit einem regulären Fünfeck. Wenn sich drei reguläre Fünfecke in einem Scheitelpunkt berühren, ergibt die Summe der Winkel 324 Grad. Daraus wird ein Dodekaeder. Mit vier regulären Fünfecken ist dies nicht mehr möglich.

05:12 Aus demselben Grund können drei Quadrate einen Kubus bilden, aber...

05:17 vier ergeben 360 Grad, eine ebene Oberfläche.

05:24 Ein reguläres Dreieck hat einen Innenwinkel von nur 60 Grad und kann so die Seitenflächen vieler verschiedener regulärer Polyeder bilden.

05:32 Ein Tetraeder...

05:37 ...oder ein Oktaeder.

05:40 Fünf in einem Scheitelpunkt werden zu einem regulären Dodekaeder. Dies sind alles reguläre Polyeder.

05:47 Da aber sechs reguläre Dreiecke zusammen 360 Grad ergeben, wird daraus eine ebene Figur.

05:54 Jetzt weist du also, warum es nur fünf reguläre Polyeder gibt.

06:04 Der Grund dafür, warum es nur fünf reguläre Polyeder gibt, wurde 300 vor Christus von Euklid hergeleitet.

Grundlagen der Mathematik: 14. Die fünf regulären Polyeder

06:21 Platon glaubte, dass die fünf regulären Polyeder die fünf Elemente des Universums repräsentieren würden.

06:42 Deshalb werden die regulären Polyeder auch heute noch platonische Körper genannt.

06:54 Reguläre Polyeder werden nicht nur im Alltag eingesetzt. Sie sind auch in der Konstruktion sehr nützlich.

07:08 An vielen Orten kann man Tetrapoden beim Bau von Wellenbrechern zum Schutz von Häfen und Küsten finden.

07:16 Die Tetrapoden haben eine ähnliche Form wie reguläre Tetraeder. Warum wurden sie so konstruiert?

07:29 Reguläre Tetraeder sind dafür geeignet, Leerraum möglichst dicht aufzufüllen. Unter anderem weil sie einen tiefliegenden und stabilen Schwerpunkt haben.

07:39 Selbst wenn sie sich drehen, ändert sich ihre Form nicht.

07:48 Kommen dir noch andere Objekte in den Sinn, deren Formen an einen regulären Tetraeder erinnern?

07:59 Mit regulären Polyedern kann man auch hohe Decken an öffentlichen Orten bauen, zum Beispiel in Stadien oder U-Bahn-Stationen.

08:08 Dafür verwendet man eine Struktur namens Raumfachwerk.

08:13 Raumfachwerk besteht aus Metallstrukturen, die reguläre Tetraeder und Oktaeder bilden.

08:29 Reguläre Polyeder ermöglichen es, das Gewicht in einem Gebäude gleichmässiger zu verteilen. Grosse und weite Decken erhalten so Stabilität.

08:42 Hast du gewusst, dass der Fussball ursprünglich die Form eines Ikosaeders hatte?

08:50 Die Oberfläche des Balles bestand früher aus regulären Fünfecken und Sechsecken.

08:55 In jedem Scheitelpunkt eines Ikosaeders berühren sich fünf reguläre Dreiecke. Wenn man die Seiten von den Scheitelpunkten wegziehen kann, entstehen zwölf reguläre Fünfecke und zwanzig reguläre Sechsecke.

09:12 Jetzt muss man das Ganze nur noch mit Luft füllen und fertig ist der Fussball.

09:17 Darum wird der Fussball auch abgestumpftes Ikosaeder genannt.

09:24 Schau dich um. Reguläre Polyeder sind überall.